AE-1244

B.Sc. (Part - II)
Term End Examination, 2016-17

MATHEMATICS

Paper - II

Differential Equations

Time : Three Hours] [*Maximum Marks* : 50

नोट : **सभी** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Answer **all** questions. All questions carry equal marks.

इकाई / Unit-I

1. (*a*) घात श्रेणी से समीकरण $\frac{dy}{dx} - y = 0$ को हल कीजिए।

Solve by power series method $\frac{dy}{dx} - y = 0$.

(*b*) दर्शाइए कि

$$\frac{d}{dx}\left(xJ_nJ_{n+1}\right)=x\left(J_n^2-J_{n+1}^2\right)$$

Show that

$$\frac{d}{dx}\left(xJ_nJ_{n+1}\right)=x\left(J_n^2-J_{n+1}^2\right)$$

अथवा / OR

2. (*a*) $f(x) = x^4+2x^3+2x^2-x-2$ को लेजान्ड्रे बहुपदों में व्यक्त कीजिए।

Express $f(x) = x^4+2x^3+2x^2-x-2$ in terms of Legendre's polynomials.

(*b*) दर्शाइए कि

$$2J_n'(x)=J_{n-1}(x)-J_{n+1}(x)$$

Show that

$$2J_n'(x)=J_{n-1}(x)-J_{n+1}(x)$$

इकाई / Unit-II

3. (*a*) ज्ञात कीजिए

$$L\left\{\sin\sqrt{t}\right\}$$

Find

$$L\left\{\sin\sqrt{t}\right\}$$

(*b*) दर्शाइए कि

$$\int_0^\infty \frac{\sin t}{t}\,dt = \frac{\pi}{2}$$

Show that

$$\int_0^\infty \frac{\sin t}{t}\,dt = \frac{\pi}{2}$$

अथवा / OR

4. (*a*) दर्शाइए कि

$$L^{-1}\left\{\frac{8}{\left(p^2+1\right)^3}\right\} = \left(3-t^2\right)\sin t - 3t\cos t$$

Show that

$$L^{-1}\left\{\frac{8}{\left(p^2+1\right)^3}\right\} = \left(3-t^2\right)\sin t - 3t\cos t$$

(*b*) ज्ञात कीजिए

$$L^{-1}\left\{\frac{p}{\left(p^2+a^2\right)^2}\right\}$$

Find

$$L^{-1}\left\{\frac{p}{\left(p^2+a^2\right)^2}\right\}$$

इकाई / Unit-III

5. (*a*) हल कीजिए

$$xp + yq = z$$

Solve

$$xp + yq = z$$

(*b*) हल कीजिए

$$(mz - ny)p + (nx - lz)q = ly - mx$$

Solve

$$(mz - ny)p + (nx - lz)q = ly - mx$$

अथवा / OR

6. (*a*) पूर्ण समाकल ज्ञात कीजिए

$$q = px + p^2$$

Find the complete integral of

$$q = px + p^2$$

(*b*) हल कीजिए

$$y^2p - xyq = x(z - 2y)$$

Solve

$$y^2p - xyq = x(z - 2y)$$

इकाई / Unit-IV

7. (*a*) हल कीजिए

$$yt - q = xy$$

Solve

$$yt - q = xy$$

(*b*) हल कीजिए

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = x^2$$

Solve

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = x^2$$

अथवा / OR

8. (*a*) हल कीजिए

$$\left(D^2 - 2DD' + D'^2\right) z = \tan\left(y + x\right)$$

Solve

$$\left(D^2 - 2DD' + D'^2\right) z = \tan\left(y + x\right)$$

(*b*) हल कीजिए

$$r + s - 6t = y \cos x$$

Solve

$$r + s - 6t = y \cos x$$

इकाई / Unit-V

9. (*a*) दर्शाइए कि दो नियत बिंदुओं को जोड़ने वाली न्यूनतम वक्र एक सरल रेखा होती है।

Show that shorttest curve joining two fixed points is a straight line.

(*b*) निम्न फलन का अधिकतम ज्ञात कीजिए :

$$I\left[y(x)\right] = \int_{0}^{\log 2} \left(e^{-x} y'^2 - e^{x} y^2\right) dx$$

Find the extremal of the following functional :

$$I\left[y(x)\right] = \int_{0}^{\log 2} \left(e^{-x} y'^2 - e^{x} y^2\right) dx$$

अथवा / OR

10. (*a*) परवलय $y^2 = 4x$ तथा सरल रेखा $x + y + 5 = 0$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the shortest distance between parabola $y^2 = 4x$ and straight line $x + y + 5 = 0$.

(*b*) दर्शाइए कि फलन

$I\left[y(x)\right] = \int_0^a \left(y'^2 + y^2 + x^2\right) dx$ जो कि (0, 0) तथा (a, 0) से गुजरता है, के अधिकतम के लिए जैकोबी शर्त संतुष्ट होती है।

Show that the Jacobi condition is satisfied for the extremal of the functional

$I\left[y(x)\right]=\int_0^a\left(y'^2+y^2+x^2\right)dx$ which passes through (0, 0) and (a, 0).